

# Guia para el Extraordinario de Probabilidad

Ing. Juan Solano

11 de marzo de 2019

## Unidad I: Técnicas de Conteo

1. Liste los elementos de cada uno de los siguientes espacios muestrales:
  - a) el conjunto de números enteros entre 1 y 50 que son divisibles entre 8;
  - b) el conjunto de resultados cuando se lanza una moneda al aire hasta que aparecen una cruz o tres caras.
2. ¿Cuáles de los siguientes eventos son iguales?
  - a)  $A = \{1, 3\}$ ;
  - b)  $B = \{x \mid x \text{ es un número de un dado}\}$ ;
  - c)  $C = \{x \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$ ;
  - d)  $D = \{x \mid x \text{ es el número de caras cuando se lanzan seis monedas al aire}\}$ .
3. Un experimento implica lanzar un par de dados, uno verde y uno rojo, y registrar los números que resultan. Si  $x$  es igual al resultado en el dado verde  $y$  es el resultado en el dado rojo, describa el espacio muestral  $S$ .
  - a) mediante la lista de los elementos  $(x, y)$ .
4. De un grupo de estudiantes de química se seleccionan cuatro al azar y se clasifican como hombre o mujer. Liste los elementos del espacio muestral  $S_1$  usando la letra  $H$  para hombre y  $M$  para mujer. Defina un segundo espacio muestral  $S_2$  donde los elementos representen el número de mujeres seleccionadas.
5. ¿Cuántos números pares de cuatro dígitos se pueden formar con los dígitos 0, 1, 2, 5, 6 y 9, si cada dígito se puede usar sólo una vez?
6. A los participantes de una convención se les ofrecen seis recorridos, cada uno de tres días, a sitios de interés. ¿De cuántas maneras se puede acomodar una persona para que vaya a uno de los recorridos planeados por la convención?

7. En un estudio médico los pacientes se clasifican en 8 formas de acuerdo con su tipo sanguíneo:  $AB^+$ ,  $AB^-$ ,  $A^+$ ,  $A^-$ ,  $B^+$ ,  $B^-$ ,  $O^+$  u  $O^-$ ; y también de acuerdo con su presión sanguínea: baja, normal o alta. Encuentre el número de formas en las que se puede clasificar a un paciente.
8. Cierta marca de calzado existe en 5 diferentes estilos y cada estilo está disponible en 4 colores distintos. Si la tienda deseara mostrar la cantidad de pares de zapatos que incluya todos los diversos estilos y colores, ¿cuántos pares diferentes tendría que mostrar?
9. Un estudio en California concluyó que siguiendo siete sencillas reglas para la salud un hombre y una mujer pueden prolongar su vida 11 y 7 años en promedio, respectivamente. Estas 7 reglas son: no fumar, hacer ejercicio de manera habitual, moderar su consumo de alcohol, dormir siete u ocho horas, mantener el peso adecuado, desayunar y no ingerir alimentos entre comidas. De cuántas formas puede una persona adoptar cinco de estas reglas:
  - a) ¿Si la persona actualmente infringe las siete reglas?
  - b) ¿Si la persona nunca bebe y siempre ayuna?
10. Un urbanista de un nuevo fraccionamiento ofrece a un posible comprador de una casa elegir entre 4 diseños, 3 diferentes sistemas de calefacción, un garaje o cobertizo, y un patio o un porche cubierto. ¿De cuántos planos diferentes dispone el comprador?
11. Un medicamento para aliviar el asma se puede adquirir en 5 diferentes laboratorios y en forma de líquido, comprimidos o cápsulas, todas en concentración normal o alta. ¿De cuántas formas diferentes puede un médico recetar la medicina a un paciente que sufre de asma?
12. En un estudio económico de combustibles, cada uno de 3 autos de carreras se prueba con 5 marcas diferentes de gasolina en 7 lugares de prueba que se localizan en diferentes regiones del país. Si en el estudio se utilizan 2 pilotos y las pruebas se realizan una vez en cada uno de los distintos grupos de condiciones, ¿cuántas pruebas se necesita realizar?
13. ¿De cuántas formas distintas se puede responder una prueba de falso-verdadero que consta de 9 preguntas?
14. Un testigo de un accidente automovilístico le dijo a la policía que la matrícula del culpable, que huyó, contenía las letras RLH seguidas por 3 dígitos, de los cuales el primero era un 5. Si el testigo no recuerda los 2 últimos dígitos, pero está seguro de que los 3 eran distintos, calcule la cantidad máxima de registros de automóviles que la policía tendría que revisar.

15. a) ¿De cuántas maneras se pueden formar 6 personas para abordar un autobús?  
b) ¿Cuántas maneras son posibles si, de las 6, 3 personas específicas insisten en formarse una después de la otra?  
c) ¿De cuántas maneras se pueden formar si, de las 6, 2 personas específicas se rehúsan a formarse una detrás de la otra?
16. Si una prueba de opción múltiple consta de 5 preguntas, cada una con 4 respuestas posibles, de las cuales sólo 1 es correcta,  
a) ¿de cuántas formas diferentes puede un estudiante elegir una respuesta a cada pregunta?  
b) ¿de cuántas maneras puede un estudiante elegir una respuesta a cada pregunta y obtener todas las respuestas incorrectas?
17. a) ¿Cuántas permutaciones distintas se pueden hacer con las letras de la palabra COLUMNA?  
b) ¿Cuántas de estas permutaciones comienzan con la letra M?
18. Un contratista desea construir 9 casas, cada una con diferente diseño. ¿De cuántas formas puede ubicarlas en la calle en la que las va a construir si en un lado de ésta hay 6 lotes y en el lado opuesto hay 3?
19. a) ¿Cuántos números de tres dígitos se pueden formar con los dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6 si cada dígito se puede usar sólo una vez?  
b) ¿Cuántos de estos números son impares?  
c) ¿Cuántos son mayores que 330?
20. ¿De cuántas maneras se pueden sentar 4 niños y 5 niñas en una fila, si se deben alternar unos y otras?
21. Cuatro parejas compran 8 lugares en la misma fila para un concierto. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden sentar...  
a) sin restricciones?  
b) si cada pareja se sienta junta?  
c) si todos los hombres se sientan juntos a la derecha de todas las mujeres?
22. En un concurso regional de ortografía, los 8 finalistas son 3 niños y 5 niñas. Encuentre el número de puntos muestrales en el espacio muestral  $S$  para el número de ordenamientos posibles al final del concurso para  
a) los 8 finalistas;

- b) los 3 primeros lugares.
23. ¿De cuántas formas se pueden cubrir las 5 posiciones iniciales en un equipo de baloncesto con 8 jugadores que pueden jugar cualquiera de las posiciones?
24. Encuentre el número de formas en que se puede asignar 6 profesores a 4 secciones de un curso introductorio de psicología, si ningún profesor se asigna a más de una sección.
25. De un grupo de 40 boletos se sacan 3 billetes de lotería para el primero, segundo y tercer premios. Encuentre el número de puntos muestrales en  $S$  para dar los 3 premios, si cada concursante sólo tiene un billete.
26. ¿De cuántas maneras se pueden plantar 5 árboles diferentes en un círculo?
27. ¿De cuántas formas se puede acomodar en círculo una caravana de ocho carretas de Arizona?
28. ¿Cuántas permutaciones distintas se pueden hacer con las letras de la palabra **INFINITO**?
29. ¿De cuántas maneras se pueden colocar 3 robles, 4 pinos y 2 arces a lo largo de la línea divisoria de una propiedad, si no se distingue entre árboles del mismo tipo?
30. ¿De cuántas formas se puede seleccionar a 3 de 8 candidatos recién graduados, igualmente calificados, para ocupar las vacantes de un despacho de contabilidad?
31. ¿Cuántas formas hay en que dos estudiantes no tengan la misma fecha de cumpleaños en un grupo de 60?

## **Unidad II: Probabilidad**

32. Encuentre los errores en cada una de las siguientes aseveraciones:
- Las probabilidades de que un vendedor de automóviles venda 0, 1, 2 o 3 unidades en un día dado de febrero son 0.19, 0.38, 0.29 y 0.15, respectivamente.
  - La probabilidad de que llueva mañana es 0.40 y la probabilidad de que no llueva es 0.52.
  - Las probabilidades de que una impresora cometiera 0, 1, 2, 3 o 4 o más errores al imprimir un documento son 0.19, 0.34, -0.25, 0.43 y 0.29, respectivamente.
  - Al sacar una carta de una baraja en un solo intento la probabilidad de seleccionar un corazón es  $1/4$ , la probabilidad de seleccionar una carta negra es  $1/2$ , y la probabilidad de seleccionar una carta de corazones y negra es  $1/8$ .
33. Una caja contiene 500 sobres, de los cuales 75 contienen \$100 en efectivo, 150 contienen \$25 y 275 contienen \$10. Se puede comprar un sobre en \$25. ¿Cuál es el espacio muestral para las diferentes cantidades de dinero? Asigne probabilidades a los puntos muestrales y después calcule la probabilidad de que el primer sobre que se compre contenga menos de \$100.
34. Suponga que se descubre que, en un grupo de 500 estudiantes universitarios de último año, 210 fuman, 258 consumen bebidas alcohólicas, 216 comen entre comidas, 122 fuman y consumen bebidas alcohólicas, 83 comen entre comidas y consumen bebidas alcohólicas, 97 fuman y comen entre comidas y 52 tienen esos tres hábitos nocivos para la salud. Si se selecciona al azar a un miembro de este grupo, calcule la probabilidad de que el estudiante:
- fume pero no consuma bebidas alcohólicas;
  - coma entre comidas y consuma bebidas alcohólicas pero no fume;
  - no fume ni coma entre comidas.
35. La probabilidad de que una industria estadounidense se ubique en Shanghái, China, es 0.7, la probabilidad de que se ubique en Beijing, China, es 0.4 y la probabilidad de que se ubique en Shanghái o Beijing, o en ambas ciudades, es 0.8. ¿Cuál es la probabilidad de que la industria se ubique...
- en ambas ciudades?
  - en ninguna de esas ciudades?

36. Basado en su experiencia, un agente bursátil considera que en las condiciones económicas actuales la probabilidad de que un cliente invierta en bonos libres de impuestos es 0.6, la de que invierta en fondos comunes de inversión es 0.3 y la de que invierta en ambos es 0.15. En esta ocasión encuentre la probabilidad de que un cliente invierta:
- en bonos libres de impuestos o en fondos comunes de inversión;
  - en ninguno de esos dos instrumentos.
37. Si cada artículo codificado en un catálogo empieza con 3 letras distintas seguidas por 4 dígitos distintos de cero, calcule la probabilidad de seleccionar aleatoriamente uno de estos artículos codificados que tenga como primera letra una vocal y el último dígito sea par.
38. Un fabricante de automóviles está preocupado por el posible retiro de su sedán de cuatro puertas con mayor venta. Si fuera retirado habría 0.25 de probabilidad de que haya un defecto en el sistema de frenos, 0.18 de que haya un defecto en la transmisión, 0.17 de que esté en el sistema de combustible y 0.40 de que esté en alguna otra área.
- ¿Cuál es la probabilidad de que el defecto esté en los frenos o en el sistema de combustible, si la probabilidad de que haya defectos en ambos sistemas de manera simultánea es 0.15?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que no haya defecto en los frenos o en el sistema de combustible?
39. Si se elige al azar una letra del alfabeto inglés, encuentre la probabilidad de que la letra:
- sea una vocal;
  - esté listada en algún lugar antes de la letra j;
  - esté listada en algún lugar después de la letra g.
40. Se lanza un par de dados. Calcule la probabilidad de obtener:
- un total de 8;
  - máximo un total de 5.
41. En una mano de póquer que consta de 5 cartas, encuentre la probabilidad de tener:
- 3 ases;
  - 4 cartas de corazones y 1 de tréboles.

42. Si se toman 3 libros al azar, de un librero que contiene 5 novelas, 3 libros de poemas y 1 diccionario, ¿cuál es la probabilidad de que...
- se seleccione el diccionario?
  - se seleccionen 2 novelas y 1 libro de poemas?
43. En un grupo de 100 estudiantes graduados de preparatoria, 54 estudiaron matemáticas, 69 estudiaron historia y 35 cursaron matemáticas e historia. Si se selecciona al azar uno de estos estudiantes, calcule la probabilidad de que:
- el estudiante haya cursado matemáticas o historia;
  - el estudiante no haya llevado ninguna de estas materias;
  - el estudiante haya cursado historia pero no matemáticas.
44. La empresa Doms Pizza utiliza pruebas de sabor y el análisis estadístico de los datos antes de comercializar cualquier producto nuevo. Considere un estudio que incluye tres tipos de pastas (delgada, delgada con ajo y orégano, y delgada con trozos de queso). Doms también está estudiando tres salsas (estándar, una nueva salsa con más ajo y una nueva salsa con albahaca fresca).
- ¿Cuántas combinaciones de pasta y salsa se incluyen?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que un juez reciba una pasta delgada sencilla con salsa estándar en su primera prueba de sabor?
45. A continuación se listan los porcentajes, proporcionados por Consumer Digest (julio/agosto de 1996), de las probables ubicaciones de las PC en una casa:

Dormitorio de adultos: 0.03

Dormitorio de niños: 0.15

Otro dormitorio: 0.14

Oficina o estudio: 0.40

Otra habitación: 0.28

- ¿Cuál es la probabilidad de que una PC esté en un dormitorio?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que no esté en un dormitorio?
  - Suponga que de entre las casas que tienen una PC se selecciona una al azar, ¿en qué habitación esperaría encontrar una PC?
46. Existe interés por la vida de un componente electrónico. Suponga que se sabe que la probabilidad de que el componente funcione más de 6000 horas es 0.42. Suponga, además, que la probabilidad de que el componente no dure más de 4000 horas es 0.04.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que la vida del componente sea menor o igual a 6000 horas?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que la vida del componente sea mayor que 4000 horas?
47. Considere la situación del ejercicio anterior. Sea A el evento de que el componente falle en una prueba específica y B el evento de que se deforme pero no falle. El evento A ocurre con una probabilidad de 0.20 y el evento B ocurre con una probabilidad de 0.35.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que el componente no falle en la prueba?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que el componente funcione perfectamente bien (es decir, que ni se deforme ni falle en la prueba)?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que el componente falle o se deforme en la prueba?
48. A los obreros de las fábricas se les motiva constantemente a practicar la tolerancia cero para prevenir accidentes en el lugar de trabajo. Los accidentes pueden ocurrir porque el ambiente o las condiciones laborales son inseguros. Por otro lado, los accidentes pueden ocurrir por negligencia o fallas humanas. Además, los horarios de trabajo de 7:00 a.m. a 3:00 p.m. (turno matutino), de 3:00 p.m. a 11:00 p.m. (turno vespertino) y de 11:00 p.m. a 7:00 a.m. (turno nocturno) podría ser un factor. El año pasado ocurrieron 300 accidentes. Los porcentajes de los accidentes por la combinación de condiciones son los que siguen:

<b>Turno</b>	<b>Condiciones Inseguras</b>	<b>Fallas Humanas</b>
Matutino	5 %	32 %
Vespertino	6 %	25 %
Nocturno	2 %	30 %

Si se elige aleatoriamente un reporte de accidente de entre los 300 reportes,

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que el accidente haya ocurrido en el turno nocturno?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que el accidente haya ocurrido debido a una falla humana?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que el accidente haya ocurrido debido a las condiciones inseguras?
- d) ¿Cuál es la probabilidad de que el accidente haya ocurrido durante los turnos vespertino o nocturno?

49. Si las probabilidades de que un mecánico automotriz dé servicio a 3, 4, 5, 6, 7, 8 o más vehículos en un día de trabajo dado son 0.12, 0.19, 0.28, 0.24, 0.10 y 0.07, respectivamente,
- ¿Cuál es la probabilidad de que el número de automóviles que recibirán servicio del mecánico no sea mayor de 4?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que el mecánico dé servicio a menos de 8 automóviles?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que el mecánico dé servicio a 3 o 4 automóviles?
50. Existe interés por el tipo de horno, eléctrico o de gas, que se compra en una tienda departamental específica. Considere la decisión que al respecto toman seis clientes distintos.
- Suponga que hay 0.40 de probabilidades de que como máximo dos de esos clientes compren un horno eléctrico. ¿Cuál será la probabilidad de que al menos tres compren un horno eléctrico?
  - Suponga que se sabe que la probabilidad de que los seis compren el horno eléctrico es 0.007, mientras que la probabilidad de que los seis compren el horno de gas es 0.104. ¿Cuál es la probabilidad de vender, por lo menos, un horno de cada tipo?
51. En muchas áreas industriales es común que se utilicen máquinas para llenar las cajas de productos. Esto ocurre tanto en la industria de comestibles como en otras que fabrican productos de uso doméstico, como los detergentes. Dichas máquinas no son perfectas y, de hecho, podrían cumplir las especificaciones de llenado de las cajas (A), llenarlas por debajo del nivel especificado (B) o rebasar el límite de llenado (C). Por lo general, lo que se busca evitar es la práctica del llenado insuficiente. Sea  $P(B)=0.001$ , mientras que  $P(A)=0.990$ .
- Determine  $P(C)$ .
  - ¿Cuál es la probabilidad de que la máquina no llene de manera suficiente?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que la máquina llene de más o de menos?
52. Considere la situación del ejercicio ejercicio anterior. Suponga que se producen 50,000 cajas de detergente por semana, y que los clientes **devuelven** las cajas que no están suficientemente llenas y solicitan que se les reembolse lo que pagaron por ellas. Suponga que se sabe que el **costo** de producción de cada caja es de \$4.00 y que se venden a \$4.50.
- ¿Cuál es la utilidad semanal cuando no hay devoluciones de cajas defectuosas?

- b) ¿Cuál es la pérdida en utilidades esperada debido a la devolución de cajas insuficientemente llenadas?
53. Como podría sugerir la situación del ejercicio 20, a menudo los procedimientos estadísticos se utilizan para control de calidad (es decir, control de calidad industrial). A veces el peso de un producto es una variable importante que hay que controlar. Se dan especificaciones de peso para ciertos productos empacados, y si un paquete no las cumple (está muy ligero o muy pesado) se rechaza. Los datos históricos sugieren que la probabilidad de que un producto empacado cumpla con las especificaciones de peso es 0.95; mientras que la probabilidad de que sea demasiado ligero es 0.002. El fabricante invierte \$20.00 en la producción de cada uno de los productos empacados y el consumidor los adquiere a un precio de \$25.00.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que un paquete elegido al azar de la línea de producción sea demasiado pesado?
  - b) Si todos los paquetes cumplen con las especificaciones de peso, ¿qué utilidad recibirá el fabricante por cada 10,000 paquetes que venda?
  - c) Suponga que todos los paquetes defectuosos fueron rechazados y perdieron todo su valor, ¿a cuánto se reduciría la utilidad de la venta de 10,000 paquetes debido a que no se cumplieron las especificaciones de peso?
54. Demuestre que:

$$P(A' \cap B') = 1 + P(A \cap B) - P(A) - P(B)$$

### **Tarea: Unidad III: Teorema de Bayes y Probabilidad Total**

55. En cierta región del país se sabe por experiencia que la probabilidad de seleccionar un adulto mayor de 40 años de edad con cáncer es 0.05. Si la probabilidad de que un doctor diagnostique de forma correcta que una persona con cáncer tiene la enfermedad es 0.78, y la probabilidad de que diagnostique de forma incorrecta que una persona sin cáncer tiene la enfermedad es 0.06, ¿cuál es la probabilidad de que a un adulto mayor de 40 años se le diagnostique cáncer?
56. La policía planea hacer respetar los límites de velocidad usando un sistema de radar en 4 diferentes puntos a las orillas de la ciudad. Las trampas de radar en cada uno de los sitios L1, L2, L3 y L4 operarán 40 %, 30 %, 20 % y 30 % del tiempo. Si una persona que excede el límite de velocidad cuando va a su trabajo tiene probabilidades de 0.2, 0.1, 0.5 y 0.2, respectivamente, de pasar por esos lugares, ¿cuál es la probabilidad de que reciba una multa por conducir con exceso de velocidad?
57. Remítase al ejercicio 1. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona a la que se le diagnostica cáncer realmente tenga la enfermedad?
58. Si en el ejercicio 2.96 la persona es multada por conducir con exceso de velocidad en su camino al trabajo, ¿cuál es la probabilidad de que pase por el sistema de radar que se ubica en L2?
59. Suponga que los cuatro inspectores de una fábrica de película colocan la fecha de caducidad en cada paquete de película al final de la línea de montaje. John, quien coloca la fecha de caducidad en 20 % de los paquetes, no logra ponerla en uno de cada 200 paquetes; Tom, quien la coloca en 60 % de los paquetes, no logra ponerla en uno de cada 100 paquetes; Jeff, quien la coloca en 15 % de los paquetes, no lo hace una vez en cada 90 paquetes; y Pat, que fecha 5 % de los paquetes, falla en uno de cada 200 paquetes. Si un cliente se queja de que su paquete de película no muestra la fecha de caducidad, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido inspeccionado por John?
60. Una empresa telefónica regional opera tres estaciones de retransmisión idénticas en diferentes sitios. A continuación se muestra el número de desperfectos en cada estación reportados durante un año y las causas de éstos.

<b>Estación</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
Problemas con el suministro de electricidad	2	1	1
Falla de la computadora	4	3	2
Fallas del equipo eléctrico	5	4	2
Fallas ocasionadas por otros errores humanos	7	5	5

Suponga que se reporta una falla y que se descubre que fue ocasionada por otros errores humanos. ¿Cuál es la probabilidad de que provenga de la estación C?

61. Una cadena de tiendas de pintura produce y vende pintura de látex y semiesmaltada. De acuerdo con las ventas a largo plazo, la probabilidad de que un cliente compre pintura de látex es 0.75. De los que compran pintura de látex, 60% también compra rodillos. Sin embargo, sólo 30% de los que compran pintura semiesmaltada compra rodillos. Un comprador que se selecciona al azar adquiere un rodillo y una lata de pintura. ¿Cuál es la probabilidad de que sea pintura de látex?
62. Denote como A, B y C a los eventos de que un gran premio se encuentra detrás de las puertas A, B y C, respectivamente. Suponga que elige al azar una puerta, por ejemplo la A. El presentador del juego abre una puerta, por ejemplo la B, y muestra que no hay un premio detrás de ella. Ahora, el presentador le da la opción de conservar la puerta que eligió (A) o de cambiarla por la puerta que queda (C). Utilice la probabilidad para explicar si debe o no hacer el cambio.

## **Unidad IV: Algunas Distribuciones de Probabilidad**

63. Las probabilidades de que un delegado llegue a cierta convención en avión, autobús, automóvil o tren son de 0.4, 0.2, 0.3 y 0.1, respectivamente. ¿Cuál es la probabilidad de que, de 9 delegados que asisten a esta convención seleccionados al azar, 3 lleguen en avión, 3 en autobús, 1 en automóvil y 2 en tren?
64. De acuerdo con la teoría genética, cierta cría de conejillos de Indias tendrá crías rojas, negras y blancas en la proporción 8:4:4. Calcule la probabilidad de que de 8 crías, 5 sean rojas, 2 negras y 1 blanca.
65. Un científico inocula a varios ratones, uno a la vez, el virus que produce una enfermedad, hasta que encuentra a 2 que contraen la enfermedad. Si la probabilidad de contraer la enfermedad es de  $1/6$ , ¿cuál es la probabilidad de que tenga que inocular a 8 ratones?
66. Un autobús llega cada 10 minutos a una parada. Se supone que el tiempo de espera para un individuo en particular es una variable aleatoria con distribución continua uniforme.
  - a) ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo espere más de 7 minutos?
  - b) ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo espere entre 2 y 7 minutos?